

COLLECTION
DE
MÉMOIRES

RELATIFS A LA
PHYSIQUE,

PUBLIÉS PAR
LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE.

TOME II.

—
MÉMOIRES SUR L'ÉLECTRODYNAMIQUE.

PREMIÈRE PARTIE.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
Quai des Augustins, 55.

—
1885

XXVII.

NOTE RELATIVE AU MÉMOIRE DE M. SAVARY;

PAR M.-A. AMPÈRE (1).

Coulomb avait représenté les expériences qu'il avait faites sur la direction que prend une aiguille aimantée par l'action d'un aimant, en admettant deux pôles dans chaque particule magnétique, et en supposant entre deux de ces particules les quatre forces dirigées suivant les droites dont nous avons parlé plus haut : telle est la loi de l'action mutuelle de deux aimants. M. Biot, dans le t. XV, p. 222 et 223, des *Annales de Chimie et de Physique*, a donné celle de l'action mutuelle d'un aimant et d'un conducteur voltaïque rectiligne et indéfini, en supposant de même deux pôles dans chaque particule magnétique, et en admettant qu'ils étaient portés par l'action du conducteur dans deux directions opposées, perpendiculairement aux plans qui joignent ces pôles et l'axe du conducteur, en vertu de forces dont l'intensité était réciproquement proportionnelle aux plus courtes distances entre ces mêmes pôles et cet axe. M. Ampère, qui a observé le premier l'action mutuelle de deux conducteurs, avait déterminé, par des expériences précises, la loi de cette action, dans un Mémoire lu à l'Académie des Sciences, le 10 juin 1822 (2), en prouvant que la force qui s'exerce entre deux portions infiniment petites de courants électriques donnés d'intensité, suivant la droite qui en joint les milieux, est, d'après ces expériences, nécessairement proportionnelle à la différentielle du second ordre de la racine carrée de la

(1) Cette Note fait suite à l'analyse du Mémoire de Savary, faite par l'auteur lui-même et publiée dans le *Recueil d'observ. electr.*, p. 334. (J.)

(2) La formule qui représente cette loi a été d'abord publiée dans la *Bibliothèque universelle*, t. XX, p. 187 et 188, et, depuis, avec les détails des expériences et des calculs sur lesquels elle est fondée, dans les *Annales de Chimie et de Physique*, t. XX, p. 398-419. (A.)

Voir l'article XIX, p. 270.

distance des deux portions infiniment petites, prise en faisant varier séparément et alternativement les deux extrémités de cette distance dans le sens des deux courants électriques, et divisée par la racine carrée de la même distance, et qu'en outre cette force est répulsive quand la valeur de cette différentielle est positive, et attractive dans le cas contraire.

Quelle que fût l'analogie si remarquable et si complète des aimants et des hélices ou cylindres électrodynamiques imaginés par M. Ampère, pour appuyer son opinion sur l'identité de l'électricité et du magnétisme, les trois lois dont nous venons de parler et qui représentent trois sortes d'actions, dont la première s'exerce entre deux aimants, la deuxième entre un conducteur voltaïque et un aimant, la troisième entre deux conducteurs, étaient, sous le point de vue mathématique, indépendantes les unes des autres; et il était, en outre, démontré qu'on ne peut expliquer l'ensemble des phénomènes d'attraction et de répulsion que présentent les conducteurs voltaïques en attribuant leurs propriétés à de petits aimants qu'y produirait l'action électrique de la pile, de quelque manière qu'on supposât ces aimants disposés, puisqu'on imprime un mouvement de rotation continue, toujours dans le même sens, à une portion de conducteur qui ne forme pas un circuit fermé ou presque fermé, par l'action soit d'un circuit fermé, soit d'un aimant, et qu'il est impossible de produire cette sorte de mouvement en employant seulement des aimants ou des conducteurs solides (1) formant des circuits fermés. Or, il est évident que la loi donnée par Coulomb ne pouvait être appliquée au calcul de l'action d'un conducteur et d'un aimant ou de deux conducteurs, qu'en considérant, dans le premier cas, le conducteur comme un assemblage de petits aimants, et qu'en adoptant, dans le second, la même supposition à l'égard des deux conducteurs; dans l'un et l'autre cas, on n'aurait que des actions exprimées en fonction des

(1) On entend ici, par cette expression, que toutes les parties de la portion de conducteur qui forme un circuit fermé ou presque fermé sont invariablement liées entre elles, et ne peuvent changer de situation respective; lorsque cette portion est composée de deux ou de plusieurs pièces mobiles séparément, ou qu'elle est formée en tout ou en partie d'un liquide conducteur, le mouvement de rotation continue devient possible. [Voir, pour l'éclaircissement des difficultés que peut présenter cette question, ce qui en a été dit p. 234-236 (267-269).] (A.)

distances des points entre lesquels on les supposerait agir, et l'accélération du mouvement de rotation continue serait impossible, tandis que cette accélération, constatée par tant d'expériences, résulte également de la loi de M. Biot et de celle de M. Ampère; ces deux lois ne pouvaient donc être déduites de celle de Coulomb.

La loi de M. Biot, donnant la valeur de l'action mutuelle d'un conducteur et d'un aimant, ne pouvait point conduire non plus à celle de M. Ampère relative à l'action de deux conducteurs, puisqu'il aurait fallu, pour qu'on pût l'appliquer à ce dernier cas, considérer l'un des deux conducteurs comme un assemblage de petits aimants sur lesquels l'autre conducteur agirait conformément à cette loi, et qu'il était impossible d'admettre cette supposition pour l'un des conducteurs, sans l'admettre pour tous les deux, ce qui aurait ramené de nouveau tous les phénomènes électrodynamiques à des actions mutuelles entre des assemblages d'aimants, et aurait, par conséquent, été encore en opposition directe avec le fait de l'accélération du mouvement de rotation continue. La loi de M. Ampère ne pouvait donc pas plus être déduite de celle de M. Biot que de celle de Coulomb. Il restait à savoir si ces deux dernières lois ne pouvaient pas, au contraire, être déduites de la première; la solution de cette question est le principal objet du Mémoire de M. Savary; il y démontre que la loi de M. Ampère, appliquée aux courants électriques formant, dans les aimants, des circuits fermés disposés comme il a été dit plus haut, reproduit les deux lois de Coulomb et de M. Biot. C'est là un résultat mathématique et indépendant de toute hypothèse: les autres résultats du Mémoire de M. Savary en sont des conséquences qui offrent à la fois une nouvelle vérification de ces mêmes lois, et la confirmation la plus complète de l'opinion de M. Ampère sur la constitution des aimants.

Pour se faire une idée juste de la manière dont les lois de Coulomb et de M. Biot résultent de celle de M. Ampère, il faut faire attention :

1° Qu'on y suppose des molécules de deux fluides particuliers auxquels on attribue des propriétés d'attraction et de répulsion semblables à celles des deux fluides électriques, propriétés qui ne sont démontrées à l'égard de ces derniers que parce qu'on peut

les séparer en les faisant passer dans des corps différents, ce qu'on ne peut faire pour les fluides hypothétiques, que des analogies plus spécieuses que solides entre les phénomènes magnétiques et ceux que présentent les corps électrisés ont fait admettre dans les aimants. Il faut d'ailleurs supposer ces fluides d'une nature toute différente de celle des fluides électriques, puisque ces derniers, tant qu'ils sont en repos, n'ont aucune action sur les aimants ;

2° Qu'on admet, dans cette manière d'expliquer les phénomènes, que chaque particule d'un barreau aimanté contient une molécule de fluide austral et une molécule de fluide boréal ;

3° Qu'on suppose encore que, si l'on conçoit dans le barreau des séries de particules parallèles à son axe, ces séries n'agissent que par les molécules magnétiques d'espèces opposées qui se trouvent à leurs deux extrémités, parce que, dans le reste de la longueur de ces séries, à chaque point où deux particules du barreau se touchent, il se trouve deux molécules magnétiques d'espèces opposées, appartenant l'une à la première de ces particules et l'autre à la seconde, qui se neutralisent mutuellement ; tandis que, dans la théorie de M. Ampère, au lieu de ces fluides d'une nature particulière, dont rien ne prouve l'existence, on admet :

1° Que les deux fluides électriques agissent dans chaque particule du barreau d'après les mêmes lois que dans les conducteurs voltaïques, qui n'exercent de même aucune action sur les corps contenant de l'électricité positive ou négative en repos ;

2° Que, pour ramener ainsi les phénomènes que présentent les aimants à ceux que l'électricité produit par son mouvement dans les conducteurs voltaïques, il faut que le même courant électrique qui existe dans ces conducteurs, dans le sens de leur longueur, ait lieu, autour de chaque particule d'un barreau aimanté, dans des plans perpendiculaires à l'axe de ce barreau, en formant ainsi autant de ces assemblages de courants électriques, auxquels il a donné le nom de *cylindres électrodynamiques*, qu'il y a de particules dans le barreau ;

3° Que les cylindres électrodynamiques de toutes les particules d'une même série parallèles à l'axe du barreau forment, par leur réunion, un seul cylindre, dont les extrémités se trouvent aux points où, dans l'ancienne hypothèse, on place les deux mo-

lécules magnétiques extrêmes de la série; molécules dont on suppose que l'action est la seule qui se manifeste, à cause de la neutralisation qu'on admet, ainsi que nous venons de le dire, entre toutes les autres molécules magnétiques de la même série.

Il n'est plus nécessaire alors de supposer, entre les molécules magnétiques des particules d'acier dont se compose une série parallèle à l'axe du barreau, cette neutralisation si difficile à concilier avec la distance que l'ensemble des phénomènes des autres branches de la Physique oblige à admettre entre ces particules (1). Dans la manière de voir de M. Ampère, ce ne sont plus les molécules situées aux deux extrémités de la série qui agissent seules: l'action produite est l'intégrale de celles qu'exercent toutes les parties de la longueur du cylindre électrodynamique correspondant à cette série; et, si cette action semble la résultante de deux forces relatives aux deux extrémités du cylindre, c'est uniquement parce que ces extrémités sont les limites de l'intégrale.

Que devait donc faire M. Savary pour démontrer que les lois de Coulomb et de M. Biot sont des conséquences nécessaires de la formule donnée par M. Ampère pour exprimer l'action mutuelle de deux éléments de courants électriques, et de la manière dont il conçoit que ces courants sont disposés dans les aimants? Il fallait qu'il démontrât qu'en partant de cette formule on trouve que les extrémités d'un cylindre électrodynamique d'un très petit diamètre doivent présenter précisément les mêmes manières d'agir que Coulomb et M. Biot attribuent aux molécules magnétiques, dont ils regardent l'action comme produisant tous les phénomènes qu'on observe dans les aimants.

Tel est, en effet, le résultat des calculs de M. Savary, lorsqu'on admet que tous les courants électriques d'un même cylindre sont d'égale intensité, et qu'ils sont tous situés dans des plans perpendiculaires à l'axe du cylindre; en sorte que, si les lois de Coulomb

(1) On a, à la vérité, cherché à expliquer cette neutralisation des particules magnétiques intermédiaires de chaque série, dont l'action ne se manifeste que lorsqu'on rompt l'aimant, par d'autres considérations, auxquelles on ne peut pas opposer la même objection, mais qui nous paraissent d'autant moins satisfaisantes qu'elles ne sont pas de nature à être soumises aux procédés du Calcul intégral, procédés auxquels nous croyons qu'on doit ramener toutes les questions de ce genre quand on veut s'en faire des idées nettes. (A.)

et de M. Biot représentaient exactement les phénomènes, M. Ampère aurait eu tort d'admettre que, dans les aimants, l'intensité des courants d'un même cylindre électrodynamique peut être différente à différents points de sa longueur, et que les plans de ces courants peuvent être inclinés à la direction de son axe, surtout vers les extrémités de cet axe. Mais, quoique ces lois soient assez d'accord avec les phénomènes pour qu'on ne puisse douter qu'elles déterminent, en général, la valeur des forces par lesquelles ils sont produits, les résultats des expériences présentent des anomalies qui indiquent ou une variation d'intensité dans les courants électriques des aimants, ou une inclinaison des plans de ces courants sur les axes des cylindres électrodynamiques formés par leur réunion.

Comme il est impossible de savoir *a priori* si l'intensité des courants varie dans un même cylindre électrodynamique appartenant à un aimant, s'ils cessent, vers les extrémités du cylindre auquel ils appartiennent, d'être dans des plans perpendiculaires à son axe, on ne peut ni prévoir, ni surtout calculer d'avance ces anomalies : c'est par des expériences de mesure précise qu'il faut les déterminer exactement; et ce n'est que quand on l'aura fait qu'il faudra, à l'aide du calcul, voir quelle variation d'intensité ou quelle loi d'inclinaison des courants on doit admettre pour représenter exactement les observations; s'il est nécessaire pour cela d'avoir recours simultanément à ces deux causes d'anomalie, ou s'il suffit d'une des deux pour rendre raison de toutes les différences observées entre les résultats des expériences et ceux des calculs faits sans en tenir compte.

Nous avons vu plus haut les raisons physiques qui s'opposent à ce qu'on puisse remonter de la loi de Coulomb à celle de M. Biot et à celle de M. Ampère, ou déduire cette dernière de celle de M. Biot, quoiqu'en partant de la loi de M. Ampère on reproduise aisément les deux autres. Le Mémoire de M. Savary en montre la raison mathématique; elle consiste en ce que la formule de M. Ampère donne la valeur de l'action élémentaire en expressions différentielles, qu'il faut d'abord intégrer pour en déduire la loi de M. Biot, et soumettre ensuite à une nouvelle intégration pour arriver à celle de Coulomb. Dans les deux cas, chacune de ces intégrations se compose de deux autres : la première, pour passer

de l'action relative à un élément à celle qui se rapporte à un courant circulaire d'un très petit diamètre; la seconde, pour avoir l'action relative à un cylindre électrodynamique formé d'une infinité de courants circulaires. On a 0 et 2π pour les limites de la première, et la détermination des intégrales définies ne laisse subsister aucune trace de la forme des expressions différentielles, auxquelles on ne peut, par conséquent, plus remonter en partant d'une des lois exprimées par les intégrales. Les limites de la seconde intégration se rapportent, aussi dans les deux cas, aux deux extrémités du cylindre : c'est pour cela que les expressions des forces et des sommes de moments, qui déterminent l'action totale, contiennent toutes deux termes de même forme, mais de signes contraires, dont l'un se rapporte à une des extrémités du cylindre, et l'autre est relatif à son autre extrémité, comme si cette action, au lieu d'être composée d'une infinité d'actions élémentaires, l'était seulement de deux actions correspondant chacune à un seul de ces termes, et qui émaneraient des deux extrémités d'après une même loi, mais dans des directions opposées; ce qui achève de déguiser la véritable forme de l'action élémentaire représentée par les expressions différentielles.

On voit ainsi pourquoi il est impossible de remonter à la loi de M. Ampère en partant d'une des autres, ou à la loi de M. Biot en partant de celle de Coulomb : on voit en même temps comment la loi de M. Ampère doit donner les deux autres; mais il reste à examiner si l'on peut retrouver la loi de Coulomb en partant de celle de M. Biot. On trouve, dans le Mémoire de M. Savary, tous les calculs nécessaires pour résoudre cette question et pour démontrer que la loi de Coulomb ne peut être regardée comme une suite de celle de M. Biot que quand on adopte l'opinion de M. Ampère sur la constitution des aimants; d'où résulte, en faveur de cette opinion, une preuve fondée sur le calcul, et qui est cependant tout à fait indépendante de la formule de M. Ampère et des expériences qui l'y ont conduit.

Au reste, ce n'est pas de la loi de M. Biot, telle qu'il l'a publiée dans les *Annales de Chimie et de Physique*, t. XV, p. 222 et 223, mais de la forme beaucoup plus générale sous laquelle il a présenté cette loi dans le t. II, p. 123, de la seconde édition de son *Précis élémentaire de Physique*, que l'on peut déduire la

loi de Coulomb de la manière que nous venons d'indiquer. Lorsque la loi de M. Biot est ainsi généralisée, elle n'est plus d'accord avec les calculs de M. Savary que pour la valeur et la direction de la force; elle en diffère relativement au point où l'on doit concevoir que cette force est appliquée. Cette différence en produit une dans la valeur du moment de la rotation imprimée à un aimant par un élément de courant électrique autour d'un axe quelconque; mais elle n'influe en rien sur celle du moment total produit par la réunion de tous les éléments d'un circuit solide fermé, parce que les termes qui en résultent disparaissent des intégrales définies, par lesquelles cette dernière valeur est exprimée. C'est ce que M. Ampère a démontré, en partant des résultats obtenus par M. Savary, dans un Mémoire qu'il imprime actuellement pour faire suite à ce recueil; il a aussi discuté, dans ce Mémoire, le cas où le circuit est formé, en partie, d'un conducteur liquide, et celui d'un courant électrique qui ne rentrerait pas sur lui-même. Les courants de cette dernière sorte que nous pouvons produire ne sont qu'instantanés; mais, à en juger par les mouvements qu'on observe, pendant les aurores boréales, dans les aiguilles aimantées, il n'en est pas de même de ceux auxquels il paraît qu'on doit attribuer ce singulier phénomène.
